



Mathematik für Informatik und Softwaretechnik

Name: _____ Matrikel: _____

Hinweise:

- Keine Hilfsmittel.
- In der multiple-choice Aufgabe (1) wird eine falsche Angabe mit Punktabzug bewertet. Sie wird insgesamt mit mindestens 0 Punkten bewertet.
- Die Aufgaben 2-8 sind auf zusätzlichen Blättern zu lösen. Nur eine Aufgabe pro Blatt! Auf jedes Blatt Name und Matrikelnummer schreiben! Aufgaben aufsteigend sortiert abgeben.
- Die (vorläufige) Notenbekanntgabe ist am 10.3.05 im Internet (siehe unten). Die Klausureinsicht wird am Dienstag, den 12.4.05 von 13-14 Uhr in V57 7.122 stattfinden. Wer zum zweiten mal die Klausur nicht bestanden hat, kann die Nachprüfung mündlich fortsetzen. Mögliche Termine hierfür sind Do, 14.4. und Di, 19.4.05 Die entsprechenden Kandidaten müssen spätestens am Tag der Klausureinsicht mit uns ihren Termin vereinbaren. Es erfolgt keine gesonderte Benachrichtigung! Diese Informationen finden Sie auch auf der bekannten Übungsseite im Internet: www.iadm.uni-stuttgart.de/LstAnaMPhy/Roehr1/hm-ue/

1.) (3 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion, $P = (a, b) \in \mathbb{R}^2$, $H(x_1, x_2)$ die Hessematrix und $\det H$ die Diskriminante von f . Welche der folgenden Aussagen treffen zu? (Tragen Sie "j" für "ja" und "n" für "nein" ein.)

- i) Die Ableitungen f_x und f_y existieren $\Rightarrow f$ ist stetig.
- ii) Die Ableitungen f_x und f_y existieren und sind stetig $\Rightarrow f$ total ableitbar.
- iii) Ist f 2-mal stetig differenzierbar, $f_x(P) = f_y(P) = 0$ und $\det H(P) > 0$
 $\Rightarrow P$ ist lokales Minimum von f .

bitte wenden.

2.) (3 Punkte) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

3.) (6 Punkte) Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine invertierbare Matrix S , so dass für die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -3 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

die Gleichung $D = S^{-1}AS$ erfüllt ist. Überprüfen Sie Ihre Lösung durch geschicktes Ausmultiplizieren der Matrizen.

4.) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass die Funktion $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch die Summe

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2x}{x^2 - 2^n - 1},$$

stetig ist.

5.) (2 Punkte) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Kardioide, deren Begrenzungslinie durch

$$r = a(1 - \cos \varphi)$$

gegeben ist.

6.) (6 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom T_2 und das zugehörige Restglied der Funktion

$$f(x_1, x_2) = e^{-x_2^2 - x_1^2}$$

an der Stelle $(0, 0)$.

7.) (7 Punkte) Einem Halbkreis mit Radius $r > 0$ soll ein Rechteck maximalen Flächeninhalts einbeschrieben werden (Seine Kanten sollen parallel bzw. senkrecht zu der Symmetrieachse des Halbkreises sein.). Bestimmen Sie die Abmessungen des Rechtecks, in dem Sie die Aufgabe als Extremwertproblem mit Randbedingungen formulieren und dieses lösen. Begründen Sie mit Hilfe der Hessematrix, dass es sich bei ihrem Ergebnis um ein Maximum handelt.

8.) (6 Punkte) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y' - xy = -y^3 e^{-x^2}, \quad y(0) = 1,$$

und bestimmen Sie den Definitionsbereich der Lösung.