Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Analysis SS 2011

Aufgabe 1

1. Bestimmen Sie die Struktur der Riemann-Blätter für die Funktion

$$w(z) = z^\alpha, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{0\},$$

für $\alpha \in \mathbb{Z},\ \alpha \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ und $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

2. Bestimmen Sie die Struktur der Riemann-Blätter für die Funktion

$$w(z) = \sqrt{\frac{z-1}{z+1}}, \quad z \neq 1,\ z \neq -1.$$

Aufgabe 2

Entscheiden Sie, ob die Cauchy-Riemann Gleichungen für die folgenden Funktionen erfüllt sind

$$z^n\ (n \in \mathbb{N}),\ e^z,\ \cos z,\ \sin z, \ln z,\ |z|,$$

und ob diese Funktionen komplex differenzierbar sind.

Aufgabe 3

Es sei $U_R(0) := \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$ und die Funktion f sei holomorph auf $U_R(0)$. Beweisen Sie folgende Behauptung: Ist $|f|$ konstant in $U_R(0)$, so ist f konstant.