Universität Stuttgart
Fachbereich Mathematik

PD Dr. W.-P. Düll

Blatt 1 Funktionalanalysis II 29.4.2015

Aufgabe 1.

Beweisen Sie die Aussage (1) aus Theorem 1.6 der Vorlesung.

Aufgabe 2.

Sei $\Omega \subsetneqq \mathbb{R}^n$ offen, beschränkt und Lipschitz-berandet. Außerdem sei $1 - \frac{n}{p} = 0$.
Zeigen Sie, dass $W^{1,p}(\Omega)$ nur im Fall $n = 1$ in $L^\infty(\Omega)$ eingebettet werden kann.

Hinweis: Betrachten Sie im Fall $n \geqq 2$ die Funktion u mit $u(x) = \ln|\ln|x||$ für $0 \leqq |x| \leqq \frac{1}{2}$.

Aufgabe 3.

Zeigen Sie: $W^{m,p}(\mathbb{R}^n) = W_0^{m,p}(\mathbb{R}^n)$ für $m \geqq 1$ und $1 \leqq p < \infty$.

Hinweis: Verwenden Sie Abschneidefunktionen η_R wie im Beweis von Lemma 1.4 der Vorlesung.

Aufgabe 4.

Beweisen Sie die Aussage 2) aus Korollar 1.8 der Vorlesung.