



Blatt 4 Nichtlineare Partielle Differentialgleichungen 18.11.2015

Aufgabe 12.

Lösen Sie mit Hilfe der Charakteristikenmethode das Verkehrsflussmodell

$$\partial_t u + \partial_x(u(1-u)) = 0$$

mit den Anfangsbedingungen

$$\text{i) } u(x, 0) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x < 0, \\ 1-x, & \text{falls } x \in [0, 1], \\ 0, & \text{falls } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{ii) } u(x, 0) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0, \\ x, & \text{falls } x \in [0, 1], \\ 1, & \text{falls } x \geq 1. \end{cases}$$

Aufgabe 13.

Konstruieren Sie für das Verkehrsflussmodell

$$\partial_t u + \partial_x(u(1-u)) = 0$$

eine Verdünnungswelle mit den Anfangsbedingungen $u_0(x) = 1$ für $x \leq 0$, $u_0(x) = 1/4$ für $x > 0$ sowie eine Schockwelle mit den Anfangsbedingungen $u_0(x) = 1/4$ für $x \leq 0$, $u_0(x) = 1$ für $x > 0$.

Aufgabe 14.

Bestimmen Sie für die nicht viskose Burgersgleichung mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \begin{cases} 0, & \text{falls } x < 0, \\ 1, & \text{falls } x \in [0, 1], \\ 0, & \text{falls } x > 1 \end{cases}$$

die schwache Lösung, welche die Entropiebedingung erfüllt.